

# DS S1 - Mathématiques

**Durée : 1 heure 30    Total : 60 points    Calculatrices interdites**

Tous les résultats des exercices 2 à 7 doivent être inscrits, **sous forme factorisée**, dans les encadrés prévus à cet effet. Dans ces cas, aucun détail de raisonnement n'est attendu.

## Exercice 1 : Tracer à main levée (4 points)

Tracer la courbe de la fonction  $f(x) = 2 \cos(3x) - 1$ . Indiquez les points caractéristiques.

## Exercice 2 : Déterminer les domaines de définition (6 points)

$$1. f_1(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$$

$$\mathcal{D}_{f_1} =$$

$$2. f_2(x) = \ln(x^2 - 1)$$

$$\mathcal{D}_{f_2} =$$

$$3. f_3(x) = \frac{e^x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

$$\mathcal{D}_{f_3} =$$

## Exercice 3 : Calculer les limites (9 points)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x + 4}{x^2 - 4x^5} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-1/x}}{x^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{x^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^2 - x + 4}{3x^2 - 4x + 2x^5} =$$

## Exercice 4 : Calculer les dérivées (8 points)

$$f_1(x) = (3x^2 - 4x + 5) e^x$$

$$f_1'(x) =$$

$$f_2(x) = e^{-2x} \sqrt{\sin(x)}$$

$$f_2'(x) =$$

$$f_3(x) = \ln(1 + e^{x^2})$$

$$f_3'(x) =$$

$$f_4(x) = \frac{\cos(x^2)}{1 + xe^x}$$

$$f_4'(x) =$$

### Exercice 6 : Calculer les intégrales (13 points)

Vous répondez sous le format :

$$I = [\text{Primitive}]_a^b = \text{résultat factorisé et simplifié}$$

$$1. I_1 = \int_0^1 \frac{3x^2 + 1}{x^3 + x + 1} dx$$

$$2. I_2 = \int_0^1 x^2 \ln(x) dx$$

$$3. I_4 = \int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$$

$$4. I_5 = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{2 + x^3}} dx$$

$$5. I_6 = \int_0^\pi [\cos(2t) + \sin(t)] dt$$

### Exercice 7 : Résoudre les équations différentielles (12 points)

$$1. y'(x) + 4 \sin(x)y(x) = 0, \text{ avec } y(0) = 3$$

$$y(x) =$$

$$2. y'(x) + (3x^2 + 1)y(x) = e^{-x^3}, \text{ avec } y(0) = 3$$

$$y(x) =$$

$$3. y'(x) + \frac{2}{x}y(x) = x^3, \text{ avec } y(1) = 1$$

$$y(x) =$$

### Exercice 8 : Étudier une fonction (8 points)

Réalisez l'étude complète (domaine de définition, tableau de variation, calculs des limites et points particuliers) de la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1}.$$