

Exercice 1 — Décharge d'un condensateur avec résistance variable

Un condensateur de capacité C se décharge à travers une résistance chauffante. La résistance dépend du temps selon $R(t) = R_0(1 + \alpha t)$. La tension $u_c(t)$ vérifie alors :

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{CR_0(1 + \alpha t)} u_c(t) = 0, \quad u_c(0) = V.$$

1. Déterminer $u_c(t)$ par résolution de cette équation différentielle.
2. Tracer graphiquement la fonction $u_c(t)$.

Exercice 2 — Réservoir avec débit entrant variable

Un réservoir reçoit un débit entrant $Q(t) = \alpha t$. Le volume $V(t)$ fuit proportionnellement au volume présent, selon une constante de temps τ . Le modèle dynamique est :

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\tau}V(t) = \alpha t, \quad V(0) = V_{\text{init}}.$$

1. Déterminer $V(t)$ par résolution de cette équation différentielle.
2. Tracer graphiquement la fonction $V(t)$.