Évaluation de Mathématiques

Durée : 30 minutes

Instructions : **Calculatrices interdites**. Pour chaque exercice, des points sont distribués suivant vos réponses dans les encadrés.

Exercice 1 : Déterminer la nature des points critiques *(10 points)*.

1. Déterminez, par le calcul, les coordonnées M_i (x_i, y_i) des points critiques M_i des 3 fonctions suivantes.
2. Déterminez ensuite la nature des points critiques (les critères sont rappelés en fin d'énoncé).

$$f_1(x,y) = 3x^2 + 2y^2 - 2xy + y$$
$$f_2(x,y) = e^{-\left((x+1)^2+(y-1)^2\right)}$$
$$f_3(x,y) = \ln\left(x^3 + y^2 + 3xy + 1\right)$$

Coordonnées des points critiques de $f_1(x)$, $f_2(x)$ et de $f_3(x)$:

Valeur de r, s, t et H_0 pour chacun des points critiques :

Nature de chacun des points critiques :

Rappel :

Nature des points critiques : Soit un point critique M_i (x_i, y_i) d'une fonction $f_i(x, y)$. On considère la grandeur $H_0 = rt - s^2$ avec $r = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_i, y_i)$, $s = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x_i, y_i)$ et $t = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x_i, y_i)$.
Le test se résume alors à :

1. Si $H_0 > 0$:
   - Si $r > 0$, alors (x_i, y_i) est un **minimum local**.
   - Si $r < 0$, alors (x_i, y_i) est un **maximum local**.
2. Si $H_0 < 0$, alors (x_i, y_i) est un **point col**.
3. Si $H_0 = 0$, le test est **inconclusif** et d'autres analyses sont nécessaires.